

研究简报

# 食品机械摆线凸轮机构参数的确定

## THE DETERMINATION OF PARAMETERS FOR CYCLOIDAL CAM MECHANISM IN FOOD MACHINES

陈蔚文

Chen Wei-wen

(上海水产大学渔业工程系, 200090)

(Fishery Engineering Department, SFU, 200090)

关键词 食品机械, 摆线凸轮机构

KEYWORDS food machines, cycloidal cam mechanism

在文献〔2〕中, 我们曾讨论了修正梯形加速度曲线凸轮轮廓应用于封罐机、裹包机等食品加工、包装机械上能获得良好的效果。由于摆线曲线是组接修正梯形加速度曲线的基础。因此, 本文就摆线凸轮机构参数的确定作进一步分析和讨论。

通常, 凸轮机构参数是按凸轮许用压力角确定的, 推程运动的许用压力角一般可取  $30^\circ$ , 但在实践中, 这种凸轮机构, 往往压力角并未超过许用值而按本文后面所述的损失系数  $\zeta$  值却很大甚至自锁的情况时有发生。例如图 1 的凸轮机构, 直接从动杆的推程为等速运动, 设参数  $\frac{l_a}{l_b} = 5.5$ , 从动杆与其导轨间的摩擦系数  $\mu = \text{tg}\varphi_d = 0.15$ 。若按许用压力角  $[\alpha] = 30^\circ$  确定凸轮基圆半径, 则因其  $\alpha$  和  $\varphi_d$  的最大值均发生在推程运动起始时刻, 可求得最大损失系数  $\zeta_m$  为

$$\begin{aligned}\zeta_m &= \text{tg}\alpha_0 \cdot \text{tg}\varphi_{d0}' = \text{tg}[\alpha] \left(1 + \frac{2l_a}{l_b}\right) \text{tg}\varphi_d \\ &= \text{tg}30^\circ \times (1 + 2 \times 5.5) \times 0.15 = 1.039\end{aligned}$$

计算结果表明: 该机构压力角虽未超过许用值, 但损失系数已大于 1, 机构自锁。当然, 有时也有凸轮压力角超过许用值而工作情况却良好。所以, 按许用压力角确定其参数, 是不够妥善的。为此, 我们下面讨论的凸轮机构, 均按许用损失系数来确定其参数。这样, 既可以保证有合理的传动效率, 也能保证其压力角即使超过许用值也不致过大。

### 1 凸轮机构的无因次化的运动方程式

由图 1 可见, 影响凸轮机构传动效率和推力系数的主要参数有: 凸轮理论廓线基圆半径  $r_a$ 、凸轮轴偏置距离  $e$ 、直动从动杆的导轨长度  $l_b$  及其最大悬臂长度  $l_a$ 。为研究方便, 现将上述四个凸轮机构参数无因次化。



图示的偏置直动从动杆盘形凸轮机构, 其压力角为:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{ds}{d\varphi} - e}{s + \sqrt{r_a^2 - e^2}} \quad (10)$$

将式(9)、(10)代入式(8), 并整理可得:

$$\xi = \left| \frac{\operatorname{tg} \varphi_d}{l_b} \cdot \frac{l_b + 2(l_a - s)}{s + \sqrt{r_a^2 - e^2}} \left( \frac{ds}{d\varphi} - e \right) \right| \leq [\xi] \quad (11)$$

然后, 将上式无因次化, 得:

$$\xi = \left| \frac{\operatorname{tg} \varphi_d}{L_b} \cdot \frac{L_b + 2(L_a - S)}{S + \sqrt{R_a^2 - E^2}} \left( \frac{V}{\varphi_m} - E \right) \right| \leq [\xi] \quad (12)$$

由于最大损失系数  $\xi_m$ , 可能发生在推程的起始位置, 即  $\Phi_0 = 0$ 、 $S = 0$  时刻。故由式(12)可得:

$$\xi_0 = \left| \frac{\operatorname{tg} \varphi_d}{L_b} \cdot \frac{L_b + 2L_a}{\sqrt{R_a^2 - E^2}} \left( \frac{V_0}{\varphi_m} - E \right) \right| \leq [\xi] \quad (13)$$

但是  $\xi_m$  也有可能发生在  $\xi$  的极大值  $\xi_p$ , 即  $\xi'(\Phi_p) = 0$ 、 $\xi''(\Phi_p) < 0$  处, 令  $\frac{d\xi}{d\Phi} = 0$ , 得:

$$\frac{1}{V_p - \varphi_m E} \cdot \frac{A_p}{V_p} - \frac{2}{L_b + 2(L_a - S_p)} - \frac{1}{S_p + \sqrt{R_a^2 - E^2}} = 0 \quad (14)$$

则

$$\xi_p = \frac{\operatorname{tg} \varphi_d}{L_b} \cdot \frac{L_b + 2(L_a - S_p)}{S_p + \sqrt{R_a^2 - E^2}} \left( \frac{V_p}{\varphi_m} - E \right) \leq [\xi] \quad (15)$$

当凸轮机构有关参数已确定时, 便可利用式(13)、(14)、(15) 验算损失系数。

现有摆线曲线无因次运动方程式为:

$$S = \Phi - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi \quad (16)$$

$$V = 1 - \cos 2\pi\Phi \quad (17)$$

$$A = 2\pi \sin 2\pi\Phi \quad (18)$$

将上列各式分别代入式(13)、(14)、(15) 可得下列摆线曲线盘形凸轮机构无因次损失系数方程组:

$$\xi_0 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_d}{L_b} \cdot \frac{L_b + 2L_a}{\sqrt{R_a^2 - E^2}} \cdot E \quad (19)$$

$$\frac{1}{1 - \cos 2\pi\Phi_p - \varphi_m E} \cdot \frac{2\pi \sin 2\pi\Phi_p}{1 - \cos 2\pi\Phi_p} - \frac{2}{L_b + 2(L_a - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p)} - \frac{1}{\Phi_p - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p + \sqrt{R_a^2 - E^2}} = 0 \tag{20}$$

$$\xi_p = \frac{tg\varphi_d}{L_b} \cdot \frac{L_b + 2(L_a - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p)}{\Phi_p - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p + \sqrt{R_a^2 - E^2}} \left( \frac{1 - \cos 2\pi\Phi_p}{\varphi_m} - E \right) \tag{21}$$

那末，我们可将已知值代入以上三式，即可求出  $\xi_0$ 、 $\Phi_p$ 、 $\xi_p$ 。如  $\xi_m = \xi_p$ ，并  $\xi_m > [\xi]$ ，则应修改已知参数值。如适当增大  $R_a$ 、 $L_b$  或减小  $L_a$  等。

例如， $L_a = 2$ 、 $L_b = 1$ 、 $R_a = 0.8$ 、 $E = 0.2$ 、 $\varphi_m = 2$  弧度。若  $tg\varphi_d = 0.5$ ， $[\xi] = 0.2$ 。经计算，即可求出： $\xi_0 = 0.1936$ 、 $\Phi_p = 0.4038$ 、 $\xi_p = 0.4289$ 。由于  $\xi_m = \xi_p$ ，并且  $\xi_m > [\xi] = 0.2$ ，故修改已知参数值，使  $\xi_m < 0.2$ 。在满足  $[\xi] = 0.2$  的条件下，我们可得到由计算机计算的如表 1 各组  $R_a$ 、 $L_a$ 、 $L_b$  的参数值。

又，当参数  $L_a$ 、 $L_b$ 、 $E$  一定时，可按  $[\xi]$  确定凸轮的基圆半径  $R_a$  的许用最小值。先将式 (14) 和式 (15) 联立，消去  $R_a$  后可得：

$$\frac{\varphi_m L_a [\xi]}{tg\varphi_d} - 2\varphi_m E - [L_b - 2(L_a - S_p)] \frac{A_p}{V_p} + 2V_p = 0 \tag{22}$$

由此式求得  $\Phi_p$  值，将其代入式 (15)，经整理得：

$$R_{ap} \geq \sqrt{\left[ \frac{tg\varphi_d}{L_b [\xi]} (L_b + 2L_a - 2S_p) \left( \frac{V_p}{\varphi_m} - E \right) - S_p \right]^2 + E^2} \tag{23}$$

同时，还须满足式 (13) 的要求，即

$$R_{ao} \geq \sqrt{\left[ \frac{tg\varphi_d}{L_b [\xi]} (L_b + 2L_a) \left( \frac{V_o}{\varphi_m} - E \right) \right]^2 + E^2} \tag{24}$$

当然，应从  $R_{ap}$  或  $R_{ao}$  中选取较大者作为设计依据。

那末，我们把摆线曲线无因次运动方程分别代入式 (22)、(23)、(24)，得到摆线曲线盘形凸轮机构无因次基圆半径方程组：

$$\frac{\varphi_m L_b [\xi]}{tg\varphi_d} - 2\varphi_m E - [L_b - 2(L_a - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p)] \frac{2\pi \sin 2\pi\Phi_p}{1 - \cos 2\pi\Phi_p} + 2(1 - \cos 2\pi\Phi_p) = 0 \tag{25}$$

$$R_{ap} \geq \sqrt{\left[ \frac{tg\varphi_d (L_b + 2L_a - 2\Phi_p + \frac{1}{\pi} \sin 2\pi\Phi_p)}{L_b [\xi]} \left( \frac{1 - \cos 2\pi\Phi_p}{\varphi_m} - E \right) - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p \right]^2 + E^2} \tag{26}$$

$$R_{ao} \geq E \cdot \sqrt{\left[ \frac{tg\varphi_d (L_b + 2L_a)}{L_b [\xi]} \right]^2 + 1} \tag{27}$$

如将上式  $L_a = 2$ 、 $L_b = 1$ 、 $E = 0.2$ 、 $\varphi_m = 2$  弧度、 $tg\varphi_d = 0.15$ 、 $[\xi] = 0.2$  等已知值分别代入上列方程，即可算出  $R_{ap} = 0.6043$  和  $R_{ao} = 0.7762$ ，取较大者，使  $R_a = 0.7762$ ，亦即  $r_a \geq R_a \cdot s_m = 0.7762s_m$ 。如

$s_m = 50\text{mm}$ , 则  $r_a > 0.7762 \times 50 \approx 39\text{mm}$ . 表 2 所示经计算机计算的裹包机常用直动从动杆摆线曲线盘形凸轮机构无因次基圆半径  $R_{ap}$ 、 $R_{ao}$  值.

表 1 裹包机常用直动从动杆摆线曲线盘形凸轮机构  $(\xi)$  值 ( $E=0.2, \text{tg}\varphi_d=0.15, \varphi_m=2$  弧度)

Table 1 The Value of  $(\xi)$  of cycloidal disk cam mechanism with translation follower often used in wrapping machine ( $E=0.2, \text{tg}\varphi_d=0.15, \varphi_m=2$  rad)

序号	$L_b$	$L_a$	$R_a$	$\xi_p$
1	1.2	1.5	1	0.2458
2	1.2	1.5	1.2	0.2123
3	1.2	1	1.5	0.1271
4	1.5	1.2	1	0.1801
5	1.5	1.2	1.2	0.1556
6	1.5	1	1.2	0.1366
7	2	1.5	1	0.1804
8	2	1.2	1.2	0.1345
9	2	1	1.5	0.0999

表 2 裹包机常用直动从动杆摆线曲线盘形凸轮机构无因次基圆半径  $R_{ap}$ 、 $R_{ao}$  值 ( $E=0.2, \text{tg}\varphi_d=0.15, \varphi_m=2$  弧度、 $(\xi)=0.2$ )

Table 2 The value of base circle radii  $R_{ap}$  and  $R_{ao}$  (no dimension) of cycloidal disk cam mechanism with translation follower often used in wrapping machine ( $E=0.2, \text{tg}\varphi_d=0.15, \varphi_m=2$  弧度、 $(\xi)=0.2$ )

序号	$L_b$	$L_a$	$R_{ap} >$	$R_{ao} >$
1	1.2	1	0.9695	0.4472
2	1.2	1.2	0.8039	0.4924
3	1.2	1.5	1.1336	0.5618
4	1.5	1	0.9644	0.4031
5	1.5	1.2	0.8058	0.4383
6	1.5	1.5	0.8481	0.4924
7	2	1	0.9564	0.3606
8	2	1.2	0.8223	0.3859
9	2	1.5	0.7133	0.4250

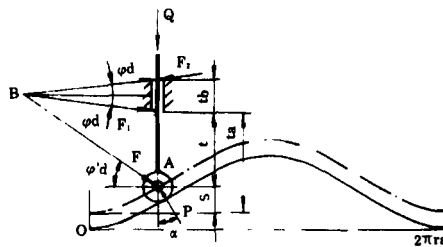


图 2 直动从动杆圆柱凸轮机构展开图

Fig. 2 Displacement diagram of cylindrical cam mechanism with translation roller follower

### 3. 带滚子直动从动杆圆柱凸轮机构

图 2 所示裹包机侧面热封器及封罐机的进罐机构常用直动从动杆圆柱凸轮机构的展开图。根据

$$tg\alpha = \frac{1}{r_a} \cdot \frac{ds}{d\varphi} = \frac{V}{R_a \varphi_m} \quad (28)$$

$$\xi = tg\alpha \cdot tg\varphi_d \quad (29)$$

则

$$\xi = \frac{V}{R_a V_m} \cdot \frac{L_b + 2(L_a - S)}{L_b} \cdot tg\varphi_d \leq [\xi] \quad (30)$$

将式 (30) 对  $\Phi$  求导, 令  $\frac{d\xi}{d\Phi} = 0$ , 求与  $\xi$  的极大值相应的  $\Phi_p$  的值, 整理后可得:

$$V_p - \frac{1}{2}[L_b + 2(L_a - S)]A_p = 0 \quad (31)$$

$$\xi_m = \xi_p = \frac{V_p}{R_a \cdot \varphi_m} \cdot \frac{L_b + 2(L_a - S_p)}{L_b} tg\varphi_d \leq [\xi] \quad (32)$$

$$R_a \geq \frac{tg\varphi_d}{\varphi_m L_b [\xi]} [L_b + 2(L_a - S_p)] V_p \quad (33)$$

现将摆线曲线无因次运动方程式代入式 (31) 和式 (33), 可得摆线曲线圆柱凸轮无因次基圆半径方程组:

$$1 - \cos 2\pi\Phi_p - \pi \cdot \sin 2\pi\Phi_p [L_b + 2(L_a - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p)] = 0 \quad (34)$$

$$R_a \geq \frac{tg\varphi_d}{2\varphi_m L_b [\xi]} [L_b + 2(L_a - \Phi_p + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi\Phi_p)] (1 - \cos 2\pi\Phi_p) \quad (35)$$

将已知值代入以上两式, 即可算出:  $\Phi_p$  和  $R_a$ 。例如参数  $L_b=1$ 、 $L_a=3$ 、 $tg\varphi_d=0.15$ 、 $[\xi]=0.2$ , 则  $\Phi_p=0.4833$ ,  $R_a > 2.3793$ 。若从动杆行程  $s_m=50\text{mm}$ , 则  $r_a > 2.3793 \times 50 \approx 119\text{mm}$ 。表 3 所列出的常用的各组  $L_b$ 、 $L_a$  所对应的  $R_a$  值。

表3 裹包机常用直动从动杆摆线曲线圆柱凸轮机构无因次基圆半径 $R_a$ 值( $\text{tg}\varphi_d=0.15$ 、 $\varphi_m=2$ 弧度、 $[\xi]=0.2$ )

Table 3 The value of base circle radius  $R_a$ (no dimension) of cycloidal disk cam mechanism with translation follower often used in wrapping machine ( $\text{tg}\varphi_d=0.15$ ,  $\varphi_m=2$  弧度,  $[\xi]=0.2$ )

序号	$L_b$	$L_a$	$R_a >$	序号	$L_b$	$L_a$	$R_a >$
1	1	3	2.3793	7	1.5	2.5	1.4691
2	1	2.5	2.0299	8	1.5	3	1.7053
3	1	3.5	2.7370	9	1.5	3.5	1.9445
4	1.2	2.5	1.7490	10	2	2.5	1.1894
5	1.2	3	2.0424	11	2	3	1.3685
6	1.2	3.5	2.3408	12	2	3.5	1.5491

#### 4. 小结

(1) 对于从动杆设计成非悬臂的结构形式, 凸轮的压力角为

$$\alpha_m \leq \arctg \frac{[\xi]}{\text{tg}\varphi_d} = \arctg \frac{0.2}{0.15} = 53.13^\circ$$

就是说, 对于非悬臂结构, 虽然凸轮压力角较大, 但是仍可有良好的传动效率。而当悬臂长度很大时, 情况则相反。

(2) 对于用槽凸轮形封闭的形式, 可参见文献〔1〕。

(3) 修正梯形加速度曲线是由摆线曲线和抛物线曲线分段交叉组接成的高级联合曲线。若直接按许用损失系数来确定凸轮机构参数, 有一定的难度。因此, 在工程上可先按完整的摆线曲线无因次损失系数方程式进行计算, 然后把结果代入完整的抛物线曲线无因次损失系数方程式进行验算校核, 使 $\xi_m < [\xi]$ 。这样, 可视为修正梯形加速度曲线凸轮机构无因次损失系数也在较合理的范围内。此方法虽不很理想, 有待今后改进, 但在工程上仍有一定的实际应用价值。

#### 参 考 文 献

- 〔1〕许林成, 1988. 包装机械原理与设计, 286. 上海科学技术出版社。  
 〔2〕陈蔚文, 1991. 封罐机凸轮轮廓的分析和改进. 渔业机械仪器, (5): 24~26。  
 〔3〕Chen, F. Y., 1982. *Mechanics and design of cam mechanisms*, 71. Pergamon Press Inc.